Solución

① El problema ya nos dice que es exponencial. Nos da $E[x] = 5000$ y nos pide el valor de t si la prob es 90%

$$P[t > 5000] = 0.9 = e^{-\lambda t} \qquad E[x] = \frac{1}{\lambda} \therefore \lambda = \frac{1}{5000}$$

Despejamos:

$$\ln(0.9) = \ln(e^{-\lambda t})$$

$$\ln(0.9) = -\lambda t$$

$$\frac{\ln(0.9)}{-\lambda} = t$$

$$t = \frac{\ln(0.9)}{-1/5000} = \underline{\underline{526.80}}$$

② El problema nos indica que ya es un modelo exponencial. con:

$E[x] = 500$ y nos piden: $P[x > 600]$

$$P[x > 600] = 1 - (F(600)) = 1 - (1 - e^{-\lambda 600}) = e^{-\lambda t} = e^{-600/500}$$

$$= 0.3011\underline{\underline{94}}$$

③ El problema indica que es exponencial y nos da λ directo

$\lambda = \frac{1}{2.7}$

a) $P[x \leq 5] = 1 - e^{-\lambda t} = 1 - e^{-5/2.7} = 0.8\underline{\underline{43053}}$

b) $P[x > 10] = 1 - F[10] = 1 - (1 - e^{-\lambda t}) = e^{-\lambda t}$

$$= e^{-10/2.7} = 0.02\underline{\underline{4632}}$$

c) $P[3 \leq x \leq 10] = \int_3^{10} \lambda e^{-\lambda t} = -e^{-\lambda t}\Big|_3^{10}$

$$= -e^{-10/2.7} + e^{-3/2.7} = 0.\underline{\underline{30456}}$$

④ Para demostrar el valor esperado usamos el M_1:

$$M_1 = \int_0^\infty x \cdot f(x)\,dx = \int_0^\infty x \cdot \lambda e^{-\lambda x}\,dx = -xe^{-\lambda x} - \frac{e^{-\lambda x}}{\lambda}\Bigg|_0^\infty$$

$\Downarrow$ tabla

dx	$\int du$
x +	$\lambda e^{-\lambda x}$
1 −	$-e^{-\lambda x}$
$\emptyset$	$e^{-\lambda x}/\lambda$

$$M_1 = \cancel{-\infty e^{-\lambda\infty}}^{\to \emptyset} - \cancel{\frac{e^{-\lambda\infty}}{\lambda}}^{\to \emptyset} - \left(\cancel{-\emptyset e^{-\lambda \emptyset}}^{\emptyset} - \frac{\cancel{e^{-\lambda\emptyset}}^{1}}{\lambda}\right) = \frac{1}{\lambda}$$

El problema dice que la media es 4, es decir $E[x] = 4$

Nosotros demostramos que $E[X] = \frac{1}{\lambda}$ entonces λ debe ser

$4 = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{1}{4}$ Sustituimos:

$E[x] = \frac{1}{1/4} = \underline{\underline{4}}$ por lo tanto $1/4$ no es el valor esperado.