Solución

Si el PIN es de 6 dígitos (0 ~ 9)

① ¿Cuál es la probabilidad de atinar el pin correcto? (los dígitos no se repiten, no importa el orden)

① Sacamos las posibles combinaciones

$$\binom{10}{6} = \frac{10!}{6!\,(10-6)!} = 210$$

② Solo 1 es el password

$$p = \frac{1}{210} = 0.0047$$

② ¿Cuál es la probabilidad de atinar el pin correcto en el 4to intento?

- Es geométrica porque estoy midiendo intentos
- $P[X=4] = (0.9952)^{4-1}(0.0047) = 0.004633$

③ El número de intentos para obtener el éxito es el valor esperado

$$E[X] = \frac{1}{p} = \frac{1}{0.0047} = 212.7659$$

④ El momento 0 de una distribución discreta nos indica que la suma de todas las probabilidades da 1

⑤ El momento 5 de la dist. Bernoulli es:

$$f(x) = \begin{cases} x=1 & p \\ x=0 & q \end{cases}$$

$$M_5 = \sum_{-\infty}^{\infty} k^5 f(x) = \sum_{0}^{1} k^5 f(x) = 0^5 \cdot q + 1^5 p = p$$

⑥ El momento 3 de la dist. Poisson es:

$$f(x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$$

$$M_3 = \sum_{-\infty}^{\infty} x^3 f(x) = \sum_{0}^{\infty} x^3 \cdot \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = e^{-\lambda} \sum_{0}^{\infty} \frac{x^3 \lambda^x}{x!}$$

$$M_3 = e^{-\lambda}(e^{\lambda}\lambda(\lambda^2+3\lambda+1)) = \lambda^3 + 3\lambda^2 + \lambda$$

⑦ Usando Momentos la varianza es: $VAR = M_2 - M_1^2$

⑧ Demuestra el momento ϕ de la dist geométrica:

$$M_0 = \sum_{-\infty}^{\infty} x^0 f(x) = 1 \qquad f(x) = q^{x-1}p$$

$$M_0 = \sum_{x=1}^{\infty} q^{x-1} p = 1$$

Usamos sustitución:

$x = k+1$

al menos un intento

$$M_0 = \sum_{k=0}^{\infty} q^{k+1-1} p = 1$$

$$= p \sum_{k=0}^{\infty} q^k = p\left(\frac{1}{1-q}\right) = \frac{p}{p} = 1 \quad \text{QED}$$

⑨ ⑩ Del equipo de la misión (asuma 5 integrantes), todos tienen una poliza de vida y gozan de buena salud. Según las tablas actuales, la prob de que una persona en sus condiciones viva 30 años o más es de 2/3 ¿Cuál es la prob de que transcurridos los 30 años vivan al menos 3 personas del equipo

Esta es una variable BINOMIAL, me pide la prob de X exitos en un set de 5.

$P[x \geq 3] = 1 - P[x < 3] \Rightarrow$ con $n = 5$ $\quad p = 2/3$

$x \geq 3 \quad q = 1/3$

$P[x \geq 3] = 0.7901$

(12)
(13) Un integrante del equipo decidió hacer una llamada a sus seres queridos para decirles que todo estaba bien. Sabe que la prob. de que respondan es una de cada cinco veces. El integrante desea saber cuál es la prob. de que le respondan dos de sus diez contactos a los que les llamara:

Esta es una variable BINOMIAL me pide x éxitos en 10.

$$P[x=2] = \binom{10}{2}\left(\frac{1}{5}\right)^{2}\left(1-\frac{1}{5}\right)^{10-2} = 0.3019$$

(13)
(14) En la nave hay una máquina despachadora de refrescos que ocasiona el derrame de líquido en 5% de los vasos despachados. Si definimos x = cantidad de vasos despachados hasta el primer derrame. El equipo desea saber la probabilidad de que el primer vaso que se derrame sea el 16to vaso despachado.

- Dada la naturaleza de intentos de x, esta es una variable GEOMETRICA.

$$P[x=16] = (0.95)^{16-1}(0.05) = 0.4632$$

(15)
(16) El integrante del equipo que recuperó el cable para reparar la nave, supuso que el número de imperfecciones en un alambre sigue una dist. Poisson con media de 2.3 imperfecciones por milímetro. Se preguntó la prob. de tener 10 imperfecciones con 5 milímetros.

- El problema dice POISSON. $\lambda = 2.3$ x milímetro

$$P[x=10] = \frac{11.5^{10}e^{-11.5}}{10!} = 0.1129$$